2025-7-C2

Jatorriaren inguruan eta 0X ardatzean zehar, higidura harmoniko sinplez higituz doan partikula baten energia $3 \cdot 10^{-5}$ J da; gainera, ezaguna da partikularen gaineko indar maximoa: $1{,}5 \cdot 10^{-3}$ N.

1. Lortu higiduraren anplitudea.
2. Oszilazio-periodoa $2s$ bada eta, hasierako aldiunean, $x_0 = 2cm$ posizioan badago partikula; lortu mazitasun angeluarra, hasierako fasea eta idatzi higidura-ekuazioa.

(1.) Energia totala anplitudean energia potentziala da:

$$E_T = E_{p_A} = \frac{1}{2} K A^2 \quad (K = \text{konstante elastikoa}) \quad (1)$$

Indar maximoa, Hooken legeari jarraituz, anplitudean gertatzen da ere: $F = K \cdot x \rightarrow F_{max} = K \cdot A$

$$(2)$$

Holan $F_{max} = K \cdot A \rightarrow K = \frac{F_{max}}{A}$

Orain 2tik K-ren balioa 1 ekuazioan sartuz:

$$E_T = \frac{1}{2} \frac{F_{max}}{A} \cdot A^2 \rightarrow \boxed{A = \frac{2 \cdot E_T}{F_{max}} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^{-5}}{1'5 \cdot 10^{-3}} = 0'04\,m}$$

(2.) Higiduraren ekuazio teorikoa: $x(t) = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0\right)$

Jakinda $A = 0'04m$ eta $T = 2s$ direla:

$$x(t) = 0'04 \cos\left(\frac{2\pi}{2} t + \varphi_0\right) = 0'04 \cos(\pi t + \varphi_0) \;(m)$$

Jakinda gainera $x_0 = 2cm$ dela: $x(0) = 0'02\,m \rightarrow$

$$\rightarrow 0'02 = 0'04 \cos(\pi \cdot 0 + \varphi_0) \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{\varphi_0 = \arccos \frac{0'02}{0'04} = \pi/3 \text{ rad}}$$

Holan elongazioaren ekuazioa:

$$\boxed{x(t) = 0'04 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)} \;(m)$$

Bestaldetik maiztasun angeluarra ω da: $\boxed{\omega = \pi}$ rad/s

Eta maiztasuna $\boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0'5\,Hz}$

2024-07-A.3.- Partikula bat higidura harmoniko sinplearekin higitzen ari da OX ardatzean, jatorriaren inguruan, eta haren energia mekanikoa $3 \cdot 10^{-5}$ J da. Gainera, ezaguna da partikularen gaineko indar maximoa $1,5 \cdot 10^{-3}$ N dela.

a) Lortu higiduraren anplitudea.

b) Oszilazioaren periodoa 2 s da, eta, hasierako aldiunean, partikularen posizioa hau da x_0 = 2 cm. Idatzi higidura-ekuazioa.

c) Lortu malgukiaren berreskuratze-konstantearen balioa.

a) · Aipatutako datuekin, hasteko Hooke-n legea erabiliko dugu. $\vec{F} = -\Delta\vec{x}\cdot K$
Indar maximoa anplitudean gertatzen dalarik.
· Bestaldetik, dakigunez, osziladorearen energia mekaniko totala anplitudean daukan energia potentziala da, puntu horretan abiadura, eta beraz energia zinetikoa zero dira.

· $F_{max} = 1'5\cdot10^{-3}N \xrightarrow{(Modulua)} F_{max} = K\cdot A \rightarrow 1'5\cdot 10^{-3} = K\cdot A \rightarrow \} \div \Rightarrow$

· $E_m = E_{P_A} \rightarrow 3\cdot10^{-5} = \frac{1}{2}K\cdot A^2$

$\Rightarrow \frac{1'5\cdot10^{-3}}{3\cdot10^{-5}} = \frac{2}{A} \rightarrow \boxed{A = 0'04 m}$

b) Honetarako ekuazio teorikotik abiatuko gara: $x(t) = A\sin(\frac{2\pi}{T}\cdot t+\varphi_0)$
Ditugun datuekin: $x(t)=0'04\cdot\sin(\frac{2\pi}{2}t+\varphi_0) = 0'04\sin(\pi t+\varphi_0) \rightarrow$
Emandako baldintzarekin: $x(0)=0'02m$

$\rightarrow 0'02 = 0'04\sin(\pi\cdot0+\varphi_0) \rightarrow 0'5=\sin\varphi_0 \rightarrow \varphi_0 = \arcsin 0'5 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\varphi_0 = 0'5236 \text{ rad} = 0'1\hat{6}\pi \text{ rad} = \frac{1}{6}\pi \text{ rad}}$

c) Berreskuratze-konstantearen balioa a) atalaren sistematik lortuko dugu:

$$\left.\begin{array}{l} 1'5\cdot10^{-3}=K\cdot A \\ 3\cdot10^{-5}=\frac{1}{2}K\cdot A^2 \end{array}\right\} \xrightarrow[A=0'04m]{a \text{ atalean}} \boxed{K=\frac{1'5\cdot10^{-3}}{A}=\frac{1'5\cdot10^{-3}}{0'04}=0'0375\frac{N}{m}}$$

2020-7-A1

A1.- Gorputz bat higidura harmoniko sinpleaz bibratzen ari da, ekuazio honen arabera:

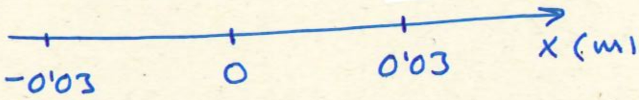
$$x = 0{,}03\ \sin\left(3\,t + \frac{\pi}{2}\right),\ \text{SI sistemako unitatetan.}$$

Kalkulatu:

a) Elongazioaren balioa $t = \pi\, s$ aldiunean

b) Periodoa eta maiztasuna.

c) Gorputzaren abiadura $t = \frac{\pi}{2}\, s$ aldiunean



a) Zuzenean emoten deuskuen elongazioaren ekuazioan denpora sartu: $\boxed{X(\pi) = 0'03 \cdot \sin(3\cdot\pi + \pi/2) = -0'03\, m}$

b) Ekuazio teorikoagaz alderatuta: $x(t) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0\right)$

$3t = \frac{2\pi}{T} \cdot t \longrightarrow \boxed{T = \frac{2\pi}{3} = 2'09\, s} \longrightarrow \boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2'09} = 0'48\, Hz}$

c) Abiaduraren ekuazioa lortuko dogu, elongazioa denporagaz deribatuz:

$$\boxed{v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = 0'03 \cdot 3 \cdot \cos\left(3t + \pi/2\right) = 0'09 \cos\left(3t + \pi/2\right)}$$

Holan, eskatutako aldiunerako:

$$\boxed{v\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0'09 \cdot \cos\left(3 \cdot \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = 0'09\, m/s}$$

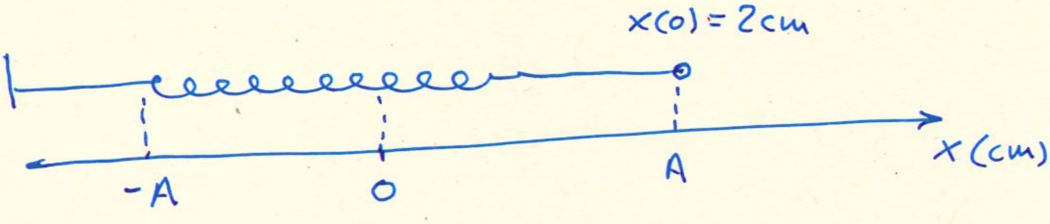
2016-6-A-P2

P2. Partikula bat (m = 50 g) malguki horizontal bati lotuta dago (K = 200 N/m). Partikula bere oreka-posiziotik 2 cm aldendu, eta aske uzten dela jakinik:

a) Kalkulatu partikularen oszilazio-higiduraren periodoa eta maiztasuna.

b) Idatzi dagokion higidura harmoniko sinplearen (HHS) ekuazioa.

c) Kalkulatu abiadura eta azelerazio maximoa.



a) Osziladore harmoniko sinplearen periodoaren formula erabiliz: $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{0'05}{200}} = 0'1\,s}$ $\boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0'1} = 10'07\,Hz}$

b) HHS-ren ekuazio teorikoa: $x(t) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}.t + \varphi_0\right)$

Kasu honetan $A = 2cm$ eta $T = 0'1s$.

Beraz momentuz: $x(t) = 2\sin\left(\frac{2\pi}{0'1}t + \varphi_0\right)$

φ_0 kalkulatzeko badakigu elongazioa hasieran 2cm dala, beraz: $x(0) = 2cm \rightarrow 2 = 2\sin\left(\frac{2\pi}{0'1}.0 + \varphi_0\right) \rightarrow$

$\rightarrow \boxed{\varphi_0 = \arcsin 1 = \pi/2\ rad}$

Holan, elongazioaren ekuazioa: $\boxed{x(t) = 2\sin(20\pi t + \pi/2)}$ (cm)

Metrotan adierazita: $\boxed{x(t) = 0'02\sin(20\pi t + \pi/2)}$ (m)

c) Abiadura eta azelerazio maximoak lortzeko euren ekuazioak lortuko doguz; gero maximoak sin eta cos ±1 izatean eukiko doguz:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = 0'02\cdot 20\pi\cdot\cos(20\pi t + \pi/2) \xrightarrow[\cos = \pm 1]{v_{max}} \boxed{v_{max} = \pm 1'26\ m/s}$$

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -0'02\cdot 20^2\cdot\pi^2\sin(20\pi t + \pi/2) \xrightarrow[\sin = \pm 1]{a_{max}} \boxed{a_{max} = \pm 78'96\ m/s^2}$$

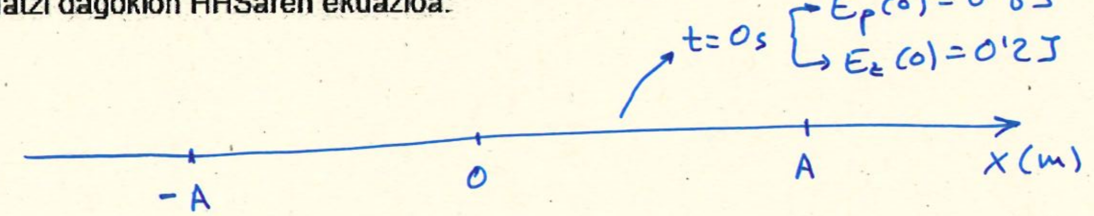
2015-6-A-P2.

A2. Masa baztergarria duen malguki baten muturrean, partikula bat ($m = 0,5$ kg) lotuta dago, eta $5/\pi$ Hz-eko maiztasuna duen higidura harmoniko sinplea (HHS) deskribatzen ari da marruskadurarik gabeko gainazal horizontal baten gainean. Hasieran ($t = 0$ s), hauek dira sistemaren energiaren balioak: energia zinetikoa 0,2 J da, energia potentzial elastikoa 0,8 J.

a) Kalkulatu partikularen posizioa eta abiadura hasierako aldiunean.

b) Zehaztu oszilazioaren anplitudea eta partikularen gehienezko abiadura.

c) Idatzi dagokion HHSaren ekuazioa.



a) Hasteko K kalkulatuko dogu: $K = m \cdot w^2 = 0'5 \cdot \left(2\pi \cdot \frac{5}{\pi}\right)^2 = 50 \frac{N}{m}$

Holan hasierako momentuan:

$$E_p = \frac{1}{2} K x^2 \rightarrow E_p\Big|_{t=0} = 0'8 = \frac{1}{2} K x^2(0) \rightarrow x^2(0) = \frac{0'8 \cdot 2}{K} \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{x(0) = \sqrt{\frac{0'8 \cdot 2}{50}} = 0'1788\,m}$$

Abiadura kalkulatzeko: $E_z = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow E_z\Big|_{t=0} = \frac{1}{2} m v^2(0) \rightarrow$

$$\rightarrow 0'2 = \frac{1}{2} 0'5 \cdot v^2(0) \rightarrow \boxed{v(0) = \sqrt{\frac{2 \cdot 0'2}{0'5}} = 0'89\,m/s}$$

b) Anplitudean E mekaniko osoa potentziala izango da.

Edozein momentutan: $E_T = E_p + E_z = E_p\Big|_{t=0} + E_z\Big|_{t=0} = 0'8 + 0'2 = 1\,J$

Holan $x = A \rightarrow E_p\Big|_{x=A} = \frac{1}{2} K A^2 \rightarrow 1 = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot A^2 \rightarrow \boxed{A = \sqrt{\frac{2}{50}} = 0'2\,m}$

Gehienezko abiadura oszilazio zentruan izango da, non E_p zero dan, beraz: $E_z\Big|_{x=0} = E_T = 1 = \frac{1}{2} m v_{max}^2 \rightarrow$

$$\rightarrow \boxed{v_{max} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1}{0'5}} = 2\,m/s}$$

c) Momentuz A eta f ezagutzen doguz. Holan, HHSren ekuazio teorikoa hau izanda: $x(t) = A \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \varphi_0) \xrightarrow[f = 5/\pi\ Hz]{A = 0'2\,m}$

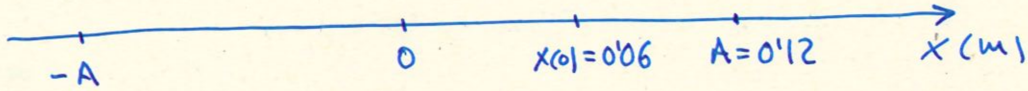
$$\rightarrow x(t) = 0'2 \sin(10t + \varphi_0)$$

Orain, a atalean lortutako $x(0) = 0'1788$ erabiliz $\rightarrow$

$$\rightarrow 0'1788 = 0'2 \sin(10 \cdot 0 + \varphi_0) \rightarrow \varphi_0 = \arcsin 0'9 = 0'36\pi\ rad$$

$$\boxed{x(t) = 0'2 \sin(10t + 0'36\pi)}\ (m)$$

2014-6-B-P1. Masa baztergarria duen malguki batek (K = 5,05·10^3 N/m) *m* masako objektu bat dauka lotuta bere muturrean, eta 8 Hz-eko maiztasuneko eta 12 cm-ko anplitudeko higidura harmoniko sinplea (HHS) egiten ari da marruskadurarik gabeko gainazal horizontal baten gainean. Dakigunez, denbora kontatzen hasi den unean, oreka-posiziotik 6 cm-ra zegoen objektua.
a) Idatz ezazu higiduraren ekuazioa, eta zehaztu ezazu objektuaren abiadura hasierako aldiunean.
b) Zehaztu ezazu malgukiari lotutako objektuaren masa.
c) Zehaztu itzazu sistemaren energia zinetikoa eta energia potentzial elastikoa objektua oreka-egoeratik 7 cm-ra dagoela.



a) HHS-ren ekuazio teorikoa: $x(t) = A\sin(2\pi \cdot f \cdot t + \varphi_0) \xrightarrow[f = 8Hz]{A=0'12m}$

$\rightarrow x(t) = 0'12\sin(16\pi t + \varphi_0)$

Dakigunez $t=0s$ daneAn elongazioa 6 cm dala $\rightarrow x(0) = 0'06\,m \rightarrow$

$\rightarrow 0'06 = 0'12\sin(16\pi \cdot 0 + \varphi_0) \rightarrow \boxed{\varphi_0 = \arcsin\frac{0'06}{0'12} = \pi/6}$

Holan: $\boxed{x(t) = 0'12\sin(16\pi t + \pi/6)}$

Abiadura: $v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = 0'12 \cdot 16\pi \cdot \cos(16\pi t + \pi/6)$

Orduan: $\boxed{v(0) = 0'12 \cdot 16\pi \cdot \cos(0 + \pi/6) = 5'22\ m/s}$

b) K-ren formula erabiliz: $K = m \cdot \omega^2 = m\,(2\pi \cdot f)^2 \rightarrow m = \frac{K}{(2\pi f)^2} \Rightarrow$

$\rightarrow \boxed{m = \frac{5'05 \cdot 10^3}{(2\cdot\pi\cdot 8)^2} = 2\,Kg}$

c) Anplitudea erabiltzen dogunez, bertako Ep kalkulatiko dogu, zein bardin energia totala dan:

$$E_p\big|_{x=A} = \frac{1}{2}K\cdot A^2 = \frac{1}{2}\cdot 5'05\cdot 10^3 \cdot 0'12^2 = 36'36\,J = E_T$$

Orain $\boxed{E_p\big|_{x=0'07} = \frac{1}{2}K\cdot 0'07^2 = \frac{1}{2}\,5'05\cdot 10^3\cdot 0'07^2 = 12'37\,J}$

Holan: $\boxed{E_z\big|_{x=0'07} = E_T - E_p\big|_{x=0'07} = 36'36 - 12'37 = 23'99\,J}$

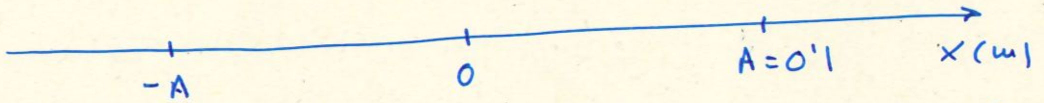
2013-7-A-P1. 100 g-ko gorputz bat malguki bati lotuta dago (malgukiak masa baztergarria duela joko dugu), eta higidura harmoniko sinplea egiten ari da marruskadurarik gabeko gainazal horizontal baten gainean. Ezaugarri hauek ditu mugimenduak: anplitudea = 10 cm; periodoa = 2s.

a) Idatz ezazu higiduraren ekuazioa, hasierako aldiunean elongazioa eta anplitudea berdinak direla jakinik.

b) Kalkula itzazu t = 4 s aldiuneko abiaduraren eta azelerazioaren balioak.

c) Kalkula ezazu malgukiaren *K* konstante elastikoaren balioa.

$m = 0'1 kg$
$T = 2s$



a) HHS-ren ekuazio teorikoa: $x(t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0\right) \xrightarrow[T=2s]{A=0'1m}$

$\rightarrow x(t) = 0'1 \cdot \sin(\pi t + \varphi_0)$

Jakinda $x(0) = A = 0'1 \rightarrow 0'1 = 0'1 \cdot \sin(\pi \cdot 0 + \varphi_0) \rightarrow \sin\varphi_0 = 1 \rightarrow \varphi_0 = \pi/2$

Holan: $\boxed{x(t) = 0'1 \cdot \sin(\pi t + \pi/2)}$

b) Abiadura eta azelerazioa lortzea:

$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = 0'1 \cdot \pi \cdot \cos(\pi t + \pi/2) \rightarrow \boxed{v(4) = 0'1 \cdot \pi \cdot \cos(4\pi + \pi/2) = 0\ m/s}$

$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -0'1 \cdot \pi^2 \sin(\pi t + \pi/2) \rightarrow \boxed{a(4) = -0'1 \pi^2 \sin(4\pi + \pi/2) = -0'99\ m/s^2}$

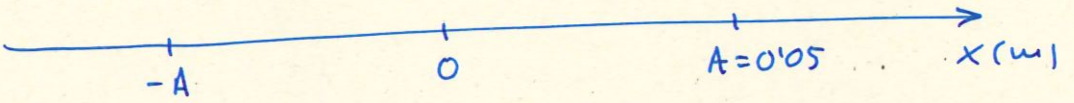
c) Zuzenean formula aplikatuz:

$\boxed{K = m \cdot \omega^2 = 0'1 \cdot \left(\frac{2\pi}{2}\right)^2 = 0'99\ N/m}$

2012-6-B-P1. Malguki baten muturrean kokaturik (masa baztergarria du malgukiak), 20 g-ko masa bat higidura harmoniko sinplea egiten ari da marruskadurarik gabeko gainazal horizontal baten gainean. Higidurak 5 cm-ko anplitudea du, eta segundoko 2 oszilazio oso egiten ditu masak. Kalkulatu:

a) oszilatzen ari den masaren abiadura maximoa,
b) masaren azelerazio maximoa,
c) malgukiaren K konstante elastikoa.

$f = 2 Hz$
$m = 0'02 kg$



a) HHS-ren ekuazio teorikoa: $x(t) = A\sin(2\pi f\cdot t + \varphi_0)$

Datuekin $\xrightarrow[f=2s]{A=0'05m}$ $x(t) = 0'05\sin(4\cdot\pi t + \varphi_0)$

Abiadura: $v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = 4\cdot 0'05\cdot\pi\cos(4\pi t + \varphi_0)$

$\hookrightarrow v_{max} \xrightarrow{\cos=\pm 1} \boxed{v_{max} = \pm 0'05\cdot\pi\cdot 4 = \pm 0'628\ m/s}$

b) Azelerazioa: $a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -4^2\cdot 0'05\pi^2\sin(4\pi t + \varphi_0)$

$\hookrightarrow a_{max} \xrightarrow{\sin=\pm 1} \boxed{a_{max} = \pm 4^2\cdot 0'05\cdot\pi^2 = \pm 7'89\ m/s^2}$

c) Zuzenean formulatik: $K = m\cdot\omega^2 = m\cdot(2\cdot\pi\cdot f)^2 = 0'02\cdot(4\cdot\pi^2\cdot 2^2) \rightarrow$

$\rightarrow \boxed{K = 3'16\ \frac{N}{m}}$